

DM n°2

À rendre le lundi 14 septembre

Exercice 1. Dire sur quel intervalle et vers quelle fonction convergent simplement les suites de fonctions (f_n) définies par :

$$1. f_n(x) = \frac{1}{(1+x^2)^n} \quad 2. f_n(x) = x(1+n^2e^{-nx}) \quad 3. f_n(x) = (\sin(x))^n \cos(x)$$

Exercice 2. Soit $\alpha > 1$, et $n \in \mathbb{N}$, on note $R_n = \sum_{k=n+1}^{+\infty} \frac{1}{k^\alpha}$ le reste d'ordre n de la série de Riemann convergente.

1. Montrer que l'intégrale $\int_n^{+\infty} \frac{1}{t^\alpha} dt$ est convergente et calculer sa valeur.
2. (★) Par une comparaison série/intégrale, en déduire un équivalent de R_n .