Exercice 1

On considère la fonction f définie sur $]-1;1[$, par $f(x) = \dfrac{1+x^2}{1-x}\mathrm{e}^x$

1) En utilisant les DL d'ordre 2 en 0 des fonctions $x \longmapsto \mathrm{e}^x$ et $x \longmapsto \dfrac{1}{1-x}$, déterminer le DL d'ordre 2 en 0 de la fonction $x \longmapsto \dfrac{1+x^2}{1-x}\mathrm{e}^x$.

2) En déduire une équation de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse 0, ainsi que la position relative de la courbe et de la tangente an ce point.

Exercice 2

On considère la fonction $g : x \longmapsto \sqrt[3]{x^3 - 2x^2}$

1) Déterminer le DL d'ordre 2 en 0 de la fonction $x \longmapsto (1-x)^{\frac{1}{3}}$

2) En déduire le comportement asymptotique de la fonction g en $+\infty$ (existence d'une asymptote, position relative).

Indication : on montrera que pour tout $x \neq 0$, $\dfrac{g(x)}{x} = \left(1 - \dfrac{2}{x}\right)^{\frac{1}{3}}$.

Exercice 3

Soit $m \in \mathbb{R}$. On considère le déterminant

$$d(m) = \begin{vmatrix} -1 & -m & 1 \\ m & 3 & 1 \\ 1 & 0 & m \end{vmatrix}$$

1) Déterminer $d(-1)$.

2) Calculer $d(m)$ pour tout réel m.

3) Résoudre $d(m) = 0$.