

Exercice 1

Soit l'application $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$, $f(x, y, z) = (x + y, y - 2x + z)$

- 1) Justifier que f est linéaire.
- 2) Déterminer le noyau et l'image de f . f est-elle surjective, injective?

Exercice 2

Soit $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -3 \\ -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ et f l'application linéaire canoniquement associée à A . On note

$$\mathcal{B} = \left(\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right).$$

- 1) Montrer que \mathcal{B} est une base de \mathbb{R}^3 .
- 2) Déterminer $\text{Mat}_{\mathcal{B}}(f)$.
- 3) Est-ce que f est un isomorphisme?