# Exercice 1 : Étude d'une fonction trigonométrique

Soit $f$ la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = |\sin x| - |\cos x|$. On note $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

**1)** Montrer que $f$ est périodique de période $\pi$.

**2)** Montrer que $f$ est paire.

**3)** Justifier que pour tout $x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$, $f(x) = \sin x - \cos x$.

**4)** Calculer, pour tout réel $x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$, $f'(x)$ et justifier que $f$ est croissante sur $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.

**5)** Résoudre l'équation $f(x) = 0$ sur l'intervalle $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.

**6)** Déterminer le coefficient directeur de la tangente à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse $\frac{\pi}{4}$.

**7)** Esquissez la courbe $\mathscr{C}$.

# Exercice 2 : Démonstration d'une égalité

Soit $f$ la fonction définie sur $[-1; 1]$ par $f(x) = \cos(\arcsin x)$.

**1)** Calculer $f(1)$, $f(-1)$ et $f(0)$.

**2)** Montrer que $f$ est dérivable sur $]-1; 1[$ et calculer $f'(x)$ pour $x \in ]-1; 1[$.

**3)** Calculer la dérivée de la fonction $g$ définie sur $]-1; 1[$ par $g(x) = f(x) - \sqrt{1 - x^2}$.

**4)** En déduire que pour tout $x \in [-1; 1]$, $\sin \arccos(x) = \sqrt{1 - x^2}$