Soit f la fonction définie sur $[0;+\infty[$ par $f(x) = (x-3)\sqrt{x}$

1) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) Montrer que f est dérivable sur $]0;+\infty[$ et que pour tout $x \in]0;+\infty[$,

$$f'(x) = \frac{3(x-1)}{2\sqrt{x}}$$

3) Calculer $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f'(x)$. En déduire une équation de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse 0.

4) Établir le tableau de signe de f', puis le tableau de variation de f.

5) Calculer $f(4)$ et $f'(4)$. En déduire une équation de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse 4.

6) Dans le repère ci-dessous, représenter la courbe de f, ainsi que ses tangentes aux points d'abscisses 0, 1 et 4.