

1) Calculer les limites suivantes (en détaillant le raisonnement) :

a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} 4x^2 - 3x + 5$

b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} 2x^2 - 3x$

c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 1}{2x^2 + x}$

d) $\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x < 1}} \frac{3x}{1 - x}$

e) $\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{\frac{x - 2}{x^2 - 4}}$

2) Fonction périodique et partie entière (D'après ATS 2020)

On rappelle que la *partie entière* d'un nombre réel x , notée $\lfloor x \rfloor$, est l'unique entier relatif $n \in \mathbb{Z}$ tel que

$$n \leq x < n + 1$$

On considère la fonction $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ définie par $f(x) = x - \lfloor x \rfloor$ pour tout réel x .

a) Pour tout réel x , exprimer $\lfloor x + 1 \rfloor$ en fonction de $\lfloor x \rfloor$.

b) Montrer que la fonction f est périodique de période 1.

c) Exprimer $f(x)$ pour $x \in [0; 1[$ et préciser la valeur de $f(1)$.

d) Représenter graphiquement la fonction f sur l'intervalle $[-2; 2]$.