Colle ATS : Programme pour la semaine 16 (du 29/01 au 02/02)

I.13. Équations différentielles

- Équations linéaires du premier ordre : solution générale de l'équation homogène, solution générale avec second membre, trouver une solution particulière en fonction de la forme du second membre ou par la méthode de variation de la constante, principe de superposition. Trouver l'unique solution d'un problème de Cauchy.
- Équations du second ordre
  - Équations du second ordre linéaires (cadre général) : existence et unicité d'une solution d'un problème de Cauchy ; l'ensemble des solutions d'une équation homogène est un s.e.v. de dimension 2 ;
  - Équations linéaires du second ordre à coefficients constants : solution générale de l'équation homogène, solution générale avec second membre, trouver une solution particulière lorsque le second membre est de la forme $\mathrm{e}^{\omega x}\, P(x)$ avec $\omega \in \mathbb{C}$, principe de superposition des solutions. Trouver l'unique solution d'un problème de Cauchy.
- Savoir effectuer un changement de variable pour résoudre une équation différentielle ; exemples d'équations non lineaires.

II.6. Espaces vectoriels

- Espaces vectoriels de référence : $\mathbb{K}^n$, $\mathbb{K}[X]$, $\mathbb{K}_n[X]$, $\mathscr{M}_{n,p}(\mathbb{K})$, $\mathbb{K}^I$, $\mathscr{C}^n(I;\mathbb{K})$, $\mathbb{K}^{\mathbb{N}}$ ($\mathbb{K}$ désignant $\mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$).
- Sous-espace vectoriel : définition, savoir montrer qu'un sous-ensemble d'un espace vectoriel est ou n'est pas un sous-espace vectoriel, savoir montrer qu'un ensemble est un espace vectoriel en montrant que c'est un sous-espace vectoriel d'un espace vectoriel connu en tant que tel.
- Famille finie de vecteurs : combinaisons linéaires, sous-espace vectoriel engendré (notation $\mathrm{Vect}\,(\mathscr{F})$), famille libre, famille génératrice. Savoir montrer qu'une famille de vecteurs de $\mathbb{K}^n$ est libre ou génératrice en déterminant le rang de la matrice associée. Savoir déterminer une famille génératrice d'un sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}^n$ défini par un système linéaire homogène.
- Base : caractérisation par famille libre et génératrice, coordonnées d'un vecteur dans une base (notation $\mathrm{Mat}_{\mathscr{B}}(u)$). Bases canoniques des e.v. de référence.
- Savoir démontrer qu'une famille de $n+1$ polynômes de $\mathbb{K}_n[X]$ de degrés échelonnés forme une base.
- Espaces vectoriels de dimension finie : définition, théorème de la base extraite (savoir extraire une base d'une famille génératrice finie), existence d'une base, théorème de la base incomplète (savoir compléter une famille libre en une base). Pour un e.v. de dimension n : toute famille libre comporte au plus n vecteurs, toute famille génératrice comporte au moins n vecteurs, toute famille libre de n vecteurs est une base, toute famille génératrice de n vecteur est une base.
- Dimension d'un s.e.v. : la dimension d'un s.e.v. de E est inférieur à la dimension de E, cas d'égalité.
- Somme et intersection de sous-espaces vectoriels, somme directe, formule de Grassmann pour la dimension finie, sous-espaces supplémentaires.