DM n°1

À rendre le mardi 14 septembre

Exercice 1. Dire sur quel intervalle et vers quelle fonction convergent simplement les suites de fonctions (f_n) définies par :

1. $f_n(x) = \dfrac{1}{(1+x^2)^n}$ 2. $f_n(x) = x(1 + n^2 e^{-nx})$ 3. $f_n(x) = (\sin(x))^n \cos(x)$

Exercice 2. Soit $\alpha > 1$, et $n \in \mathbb{N}$, on note $R_n = \displaystyle\sum_{k=n+1}^{+\infty} \frac{1}{k^\alpha}$ le reste d'ordre n de la série de Riemann convergente.

1. Montrer que l'intégrale $\displaystyle\int_n^{+\infty} \frac{1}{t^\alpha} \mathrm{d}t$ est convergente et calculer sa valeur.
2. $(\star)$ Par une comparaison série/intégrale, en déduire un équivalent de R_n.

DM n°1

À rendre le mardi 14 septembre

Exercice 1. Dire sur quel intervalle et vers quelle fonction convergent simplement les suites de fonctions (f_n) définies par :

1. $f_n(x) = \dfrac{1}{(1+x^2)^n}$ 2. $f_n(x) = x(1 + n^2 e^{-nx})$ 3. $f_n(x) = (\sin(x))^n \cos(x)$

Exercice 2. Soit $\alpha > 1$, et $n \in \mathbb{N}$, on note $R_n = \displaystyle\sum_{k=n+1}^{+\infty} \frac{1}{k^\alpha}$ le reste d'ordre n de la série de Riemann convergente.

1. Montrer que l'intégrale $\displaystyle\int_n^{+\infty} \frac{1}{t^\alpha} \mathrm{d}t$ est convergente et calculer sa valeur.
2. $(\star)$ Par une comparaison série/intégrale, en déduire un équivalent de R_n.