Colle ATS : Programme pour la semaine 9 (du 02/12 au 06/12)

I.8. Suites numériques

- Modes de définition d'une suite : formule explicite, relation de récurrence.
- Démonstration par récurrence.
- Étude globale : Démontrer qu'une suite est monotone, majorée ou minorée en utilisant la définition, une étude de fonction ou une démonstration par récurrence.
- Calcul pratique de limites : opérations sur les limites (somme, produit, quotient, composition avec une fonction), calcul de limites par comparaison et encadrement (théorème des gendarmes).
- Limites et inégalités : passage à la limite dans une inégalité, toute suite convergente est bornée, encadrement de la limite d'une suite convergente.
- Théorème d'existence d'une limite : Théorème de la limite monotone, suites adjacentes.
- Suites arithmétiques et suites géométriques : définition, expression explicite du terme général, limites et sens de variation.
- Relations de comparaison :
  - Négligeabilité : notation o ; croissances comparées de $\ln^\beta n,\ n^\alpha,\ \mathrm{e}^{\gamma n},\ q^n\ (q > 1),\ n!$ $(\alpha, \beta, \gamma > 0)$;
  - Équivalence : notation $\sim$; connaître les équivalents usuels ($\ln\left(1+\dfrac{1}{n}\right) \sim \dfrac{1}{n}$, $\sin\left(\dfrac{1}{n}\right) \sim \dfrac{1}{n}$) ;
  - Lien entre les relations de comparaison : savoir utiliser l'équivalence
$$u_n \sim v_n \iff u_n - v_n = o\left(v_n\right)$$
  - Compatibilité avec le produit, le quotient et les puissances.
  - Application au calcul de limites.

I.9. Sommes et produits

- Propriétés de la somme et du produit : notation en extension (avec des pointillés), notation avec Σ et Π, passage d'une notation à l'autre. Sur des exemples de difficulté raisonnable, utiliser les propriétés d'associativité et de linéarité de la somme ; utiliser un changement d'indice.
- Somme de termes constants ; produit de facteurs constants.
- Somme de termes consécutifs d'une suite arithmétique ou d'une suite géométrique.
- Formule de Bernoulli : factorisation de $a^n - b^n$.
- Coefficients binomiaux : définition, formule de symétrie, formule du triangle de Pascal. Savoir calculer des coefficients binomiaux à partir de la définition ou à l'aide du triangle de Pascal.
- Formule du binôme de Newton, application au calcul de sommes.
- Sommes et produits télescopiques.