

# Colle ATS : Programme pour la semaine 24 (du 28/04 au 02/05)

## I.20. Fonctions réelles de plusieurs variables réelles

- Introduction à la topologie de  $\mathbb{R}^n$  :  
Ici  $n = 2$  ou  $n = 3$ ,  $\mathbb{R}^n$  est muni de sa base canonique et de son produit scalaire canoniquement associé. Norme et distance euclidienne dans  $\mathbb{R}^n$ . Boules. Partie bornée de  $\mathbb{R}^n$ . Partie ouverte, partie fermée.
- Continuité :  
Continuité en un point, continuité sur une partie. Opérations. Toute fonction réelle continue sur une partie fermée bornée est bornée et atteint ses bornes. L'étude de la continuité d'une fonction de plusieurs variables n'est pas un attendu du programme.
- Dérivées partielles :  
Dérivées partielles d'ordre 1. Gradient. Application de classe  $\mathcal{C}^1$ . Opérations.  
Dérivée de  $t \mapsto f(x(t), y(t))$ .  
Dérivées partielles de  $(u, v) \mapsto h(f(u, v), g(u, v))$ . Les étudiants doivent connaître le cas particulier des coordonnées polaires.  
Dérivées partielles d'ordre 2. Laplacien. Application de classe  $\mathcal{C}^2$ . Opérations. Théorème de Schwarz.
- Équations aux dérivées partielles :  
Exemples de résolution d'équations aux dérivées partielles du premier et du second ordre. Les étudiants doivent être capables d'utiliser un changement de variables dans les deux cas suivants : transformation affine, passage en coordonnées polaires. L'expression des solutions en fonction des variables initiales n'est pas un attendu.
- Extremums d'une fonction de deux variables :  
Si une fonction de classe  $\mathcal{C}^1$  sur un ouvert de  $\mathbb{R}^2$  admet un extremum local en un point, alors celui-ci est un point critique.  
Pour une fonction de classe  $\mathcal{C}^2$ , sur un ouvert de  $\mathbb{R}^2$ , étude de l'existence d'un extremum local en un point critique où  $rt - s \neq 0$ . Exemples de recherche d'extremums globaux sur une partie fermée bornée de  $\mathbb{R}^2$ .