

Colle ATS : Programme pour la semaine 22 (du 31/04 au 04/04)

I.18. Séries de Fourier

- Fonction T-périodique continue par morceaux.
- Calcul des coefficients trigonométriques de Fourier. Définition d'une somme partielle d'une série de Fourier.
Remarque : dans certains cas, on peut simplifier les calculs en définissant pour $n \in \mathbb{Z}^$: $c_n = a_n + ib_n$ mais aucune formule relative à la forme exponentielle des coefficients de Fourier n'est exigible.*
- Théorèmes de convergence : théorème de Parseval et théorème de Dirichlet. Savoir appliquer ces théorèmes pour calculer la somme de certaines séries numériques.

II.10. Espaces Euclidiens

- Produit scalaire. Notations $\langle x | y \rangle$, ou $(x | y)$ ou $x \cdot y$. Produit scalaire euclidien canonique sur \mathbb{R}^n . Norme associée à un produit scalaire, distance associée. Bases orthonormales de \mathbb{R}^n . Coordonnées d'un vecteur dans une base orthonormale ; expression du produit scalaire et de la norme.
On pourra donner des exemples de produits scalaires définis par une intégrale sur des espaces de fonctions et de polynômes mais aucune connaissance sur des espaces euclidiens autres que \mathbb{R}^n n'est exigible.
- Isométries vectorielles et matrices orthogonales :
 - Un endomorphisme de l'espace euclidien \mathbb{R}^n est une isométrie vectorielle s'il conserve la norme.
 - Une matrice A est orthogonale si ${}^tAA = I_n$, caractérisation à l'aide des colonnes ou des lignes. Groupe orthogonal d'ordre n .
 - Notations $\mathcal{O}(\mathbb{R}^n)$, $O(n)$.
 - Si \mathcal{B}_0 est une base orthonormale de \mathbb{R}^n et u un endomorphisme de \mathbb{R}^n , alors u est une isométrie vectorielle si, et seulement si, $\text{Mat}_{\mathcal{B}_0}(u)$ est orthogonale.
 - Déterminant d'une matrice orthogonale, d'une isométrie vectorielle.
- Théorème spectral pour les matrices symétriques réelles : pour toute matrice symétrique réelle A , il existe une matrice diagonale D et une matrice orthogonale Ω telles que $D = {}^t\Omega A \Omega$.