

# Colle ATS : Programme pour la semaine 20 (du 17/03 au 21/03)

## I.15. Fonctions vectorielles et courbes paramétrées

- Fonctions vectorielles définies sur un intervalle  $I$  à valeurs dans  $\mathbb{R}^2$  ou  $\mathbb{R}^3$  : continuité et dérivée en un point ou sur un intervalle, dérivée d'une somme, dérivée d'un produit avec une fonction scalaire, dérivée d'un produit scalaire, d'un déterminant et d'un produit vectoriel. Interprétation géométrique et cinématique de la dérivée en un point.
- Courbes paramétrées :
  - Tangente en un point : le coefficient directeur de la tangente peut s'obtenir par la limite des sécantes. Caractérisation de la tangente à partir du premier vecteur dérivé non nul (l'étude locale en un point où tous les vecteurs dérivés successifs sont nuls est hors programme).
  - Branches infinies : droites asymptotes à une courbe, branches paraboliques.
  - Savoir construire et exploiter un tableau de variations conjointes afin de tracer une courbe paramétrée. Les étudiants doivent savoir exploiter les propriétés des fonctions (parité, périodicité) afin de restreindre l'ensemble d'étude.
  - Longueur d'un arc paramétré régulier de classe  $\mathcal{C}^1$ .

## I.16. Intégrales généralisées

- Définition d'une intégrale généralisée d'une fonction  $f$  continue sur un intervalle  $[a; b[$ ,  $]a; b]$  ou  $]a; b[$ .
- Connaître la nature des intégrales de référence :  $\int_1^{+\infty} \frac{1}{t^\alpha} dt$ ,  $\int_0^1 \frac{1}{t^\alpha} dt$ ,  $\int_0^{+\infty} e^{-\alpha t} dt$ ,  $\int_0^1 \ln t dt$ .
- Linéarité, positivité, croissance, relation de Chasles.
- Intégrales de fonctions positives : théorème de comparaison, théorème d'équivalence, théorème de négligeabilité.
- Intégration par parties
- Intégration par changement de variable
- Intégrale absolument convergente. Toute intégrale absolument convergente est convergente.

En cas de convergence, 
$$\left| \int_a^b f(t) dt \right| \leq \int_a^b |f(t)| dt$$