

Colle ATS : Programme pour la semaine 11 (du 16/12 au 20/12)

II.4. Calcul matriciel

- Notations $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$ et $\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$, $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ou $\mathbb{K} = \mathbb{C}$.
- Combinaisons linéaires et produit de matrices : maîtriser les calculs ; cas particulier des matrices diagonales ou triangulaires ; interpréter la j -ième colonne de AB comme le produit AC_j où C_j est la j -ième colonne de B ; interpréter la i -ième colonne de AB comme le produit $L_i B$ où L_i est la i -ième ligne de A .
- Puissances d'une matrice : conjecturer la forme de A^n et faire une démonstration par récurrence ; utiliser la formule du binôme pour deux matrices qui commutent.
- Matrices inversibles : définition ; notation $\text{GL}_n(\mathbb{K})$; unicité de l'inverse ; équivalence entre $AB = I_n$ et $BA = I_n$; caractérisation d'une matrice inversible A par l'existence d'une unique solution au système $AX = B$ pour toute matrice colonne B ; A est inversible si, et seulement si, $\text{rg}(A) = n$; calcul de l'inverse par la méthode du pivot de Gauss-Jordan ; cas particuliers : matrices diagonales, matrices triangulaires, matrices symétriques, matrices d'ordre 2.

I.10. Nombres complexes

- Forme algébrique : partie réelle, partie imaginaire, conjugué, propriétés algébriques du conjugué, opérations (calcul de sommes, produits et quotients).
- Module et argument : propriétés algébriques du module, distance entre deux points, inégalité triangulaire, propriétés de l'argument, forme trigonométrique et forme exponentielle, savoir passer de la forme algébrique à la forme exponentielle et réciproquement, factorisation de $1 \pm e^{i\theta}$.
- Formules d'Euler et formules de Moivre : applications à la trigonométrie.
- Racines carrées d'un nombre complexe : méthode de détermination de la racine carrée d'un complexe par la forme algébrique, résolution d'équations du second degré à coefficients complexes.
- Représentation géométrique : Affixe d'un point, affixe d'un vecteur, propriétés.
- Racines n -ièmes de l'unité, résolution d'équations $z^n = \lambda$, $\lambda \in \mathbb{C}$.
- Calcul de distances et d'angles dans le plan complexe. Étude de configurations géométriques.
- Transformations du plan associées aux fonctions $z \mapsto z+b$, $z \mapsto az$ et $z \mapsto \bar{z}$ ($a, b \in \mathbb{C}$).