Programme de colles, semaine du 07-02

I) Questions de cours

- Si P est un polynôme annulateur de $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$, alors toute valeur propre de A est racine de P.
- Énoncer le théorème spectral pour une matrice symétrique.
- Montrer qu'une projection orthogonale est un endomorphisme symétrique
- Montrer que si $f : \mathbb{R} \to E$ est dérivable et $u : E \to E$ est linéaire (en dimension finie), alors $u \circ f$ est dérivable et $(u \circ f)' = u \circ f'$.
- Énoncer la formule de Leibniz pour des fonctions $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$.
- Énoncer la formule des accroissements finis
- Énoncer le théorème de Taylor Young

II) Réduction et endomorphismes symétriques

Cf programme précédent.

III) Dérivation : Fonctions vectorielles et rappels

1) Fonctions vectorielles

- Dérivée d'une fonction $f : \mathbb{R} \to E$
- Opérations sur les fonctions dérivables :
  - ▷ combinaisons linéaires
  - ▷ $(f \circ g)' = g' \times f' \circ g$, où $f : \mathbb{R} \to E$ et $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$
  - ▷ $(u \circ f)' = u \circ f'$, où $f : \mathbb{R} \to E$ et $u : E \to E$ linéaire

2) Rappels de sup

- Étude de dérivabilité de $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$
- Théorème de la limite de la dérivée
- Théorème de la bijection dérivable/$\mathcal{C}^k$
- Rolle
- FAF, IAF
- Formule de Taylor Young

3) Notion d'arc paramétré

$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^2$

- Notion de trajectoire
- Tangente en un point régulier
  - ▷ $D_{t_0} = \{f(t_0) + uf'(t_0),\, u \in \mathbb{R}\}$
  - ▷ $f'(t_0) = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de D_{t_0}
  - ▷ $\begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$ est un vecteur normal
  - ▷ L'équation de la tangente est de la forme $-bx + ay = c$
- Longueur de l'arc paramétré : $L = \int_a^b \|f'(t)\|_2 \, dt$